Max-Born-Gymnasium Germering

Kollegstufe

Facharbeit

Kurs :	Physik
Kursleiter :	Hr. Dr. Kautzky
Verfasser :	Janosch Maier
Thema :	Simulation von elastischen Stößen zweier Kugeln im dreidimensionalen Raum

Gilching, den 28. Januar 2009

Inhaltsverzeichnis

1 Motivation **4**

2 Die Physik des Stoßes **5**

2.1 Elastische, inelastische und reale Stöße 5

2.2 Zentrale und dezentrale Stöße 7

3 Berechnung des Stoßes **11**

3.1 Voraussetzungen 11

3.2 Berechnung der Stoßgeschwindigkeit 12

3.3 Stoßvorgang 15

4 Simulation **16**

4.1 Programmiersprache 16

4.2 Funktionsweise 16

4.3 Überblick 16

4.4 Bedienung 18

4.5 Impressionen 20

5 Vergleich der Simulation mit der Realität **22**

5.1 Idealbedingungen und Vernachlässigungen 24

5.2 Programmierungenauigkeiten 25

6 Persönliches Fazit **25**

7 Anhang **26**

8 Abbildungsverzeichnis **28**

9 Literaturverzeichnis **28**

9.1 Bücher 28
9.2 Internetseiten 28
9.3 Digitale Dokumente 28

10 Lizenzhinweiß **30**

1 Motivation

Nicht nur in Computerspielen wird versucht, die Realität möglichst genau abzubilden, damit das Spiel viel Spaß macht, sondern auch in der Meteorologie sind Computersimulationen, welche so exakt wie möglich arbeiten müssen, unabdingbar. Mit Hilfe von Computern lassen sich Prozeduren untersuchen, die in Realität nicht so gut erforschbar wären. Im Bereich der Wettervorhersage müssen riesige Datenmengen ausgewertet werden, was für den Menschen mit nicht zu vertretendem Aufwand verbunden ist. Der Computer dagegen kann anhand der Daten mehrere Wetterszenarien erstellen.

Der Stoß als solcher ist in der Natur, im Sport und in vielen anderen Aspekten des Lebens zu finden. So basiert beispielsweise Billard auf diesem Phänomen.

Abbildung 1: Zwei Kugeln auf einem Billardtisch

Diese Arbeit befasst sich mit der Simulation solcher Stöße. Zur Vereinfachung des Vorgangs ist sie auf elastische Stöße zweier Kugeln beschränkt.

2 Die Physik des Stoßes

Stöße sind kurze Berührungen von Körpern, in welcher diese miteinander interagieren. Dabei wird kinetische Energie zwischen den Körpern übertragen.

Abbildung 2: Ein zentraler elastischer Stoß zweier Kugeln mit gleicher Masse

Hierbei bleibt der Gesamtimpuls des Systems, in dem keine Reibungsähnlichen Kräfte vorkommen (vgl. Kapitel 5.1), konstant. [1]

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p_i} = const \tag{2.1}$$

2.1 Elastische, inelastische und reale Stöße

Man unterscheidet in der Physik zwischen elastischen (Abb. 2), inelastischen (Abb. 3) und realen Stößen.

Elastischer Stoß

Bei elastischen Stößen bleibt die gesamte kinetische Energie als solche erhalten. Es gilt also zusätzlich zum Impulserhaltungssatz der Energieerhaltungssatz der mechanischen Energie. [2]

$$E_p + E_k = const \tag{2.2}$$

[1] vgl. Hammer, Dr. Anton / Hammer, Dr. Hildegard / Hammer, Dr. Karl: Physikalische Formeln und Tabellen, München 2002[8], S. 15

[2] vgl. ebd.

Da der Stoß ein Prozess ohne wesentliche zeitliche Ausdehnung ist, ändert sich dabei der Ort der Kugeln und damit die Höhe und seine potentielle Energie nicht. Es folgt daraus:

$$E_p = const \tag{2.3}$$

Aus 2.2 und 2.3 folgt nun:

$$E_k = const \tag{2.4}$$

Inelastischer Stoß

Bei inelastischen Stößen wird ein Teil der kinetischen Energie durch Verformung in innere Energie umgewandelt.

Abbildung 3: Ein zentraler inelastischer Stoß

Der ideale Fall ist, wenn sich die beiden Körper nach dem Stoß zusammen mit einer Geschwindigkeit u in die selbe Richtung bewegen (Abb 3). Diese Form wird hier nicht weiter behandelt.

Realer Stoß

Der reale Stoß ist immer eine Mischung aus einem elastischen und einem inelastischen Stoß. Es kommt, durch zwischen den Kugeloberflächen wirkende Reibungskräfte, sowie durch Rotation, in der sich die Kugeln befinden können, zu weiteren Energieübertragungen beim Stoß. Diese Form wird ebenfalls nicht weiter behandelt.

2.2 Zentrale und dezentrale Stöße

Bei der Betrachtung von elastischen Stößen zweier Kugeln können diese entweder zentral, also auf einer Geraden mit Geschwindigkeiten ausschließlich in Richtung der Geraden, oder beliebig anders, also dezentral, stoßen.

Zentraler Stoß

Bei einem zentralen Stoß wirken nur Geschwindigkeiten entlang der Stoßnormalen n. In Abbildung 4 ist dies die rote Koordinatenachse.

Abbildung 4: Ausgangslage für einen zentralen Stoß

Mithilfe des Energie- und des Impulserhaltungssatzes lassen sich für den zentralen Stoß folgende Formeln aufstellen: [3]

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2(2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \tag{2.5}$$

und

$$u_2 = \frac{m_2 v_2 + m_1(2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} \tag{2.6}$$

Hierbei sind v_1 und v_2 die skalaren Geschwindigkeiten der Kugeln 1 und 2 vor dem Stoß, u_1 und u_2 nach diesem. Der Betrag des Skalars ist gleich dem Betrag der Geschwindigkeit entlang der Stoßnormalen. Das Vorzeichen gibt die Richtung an.

Die Formel für die kinetische Energie

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \tag{2.7}$$

gilt nur für Geschwindigkeiten kleiner als $\frac{1}{10}$ der Lichtgeschwindigkeit. [4] Daher gelten die Formeln 2.5 und 2.6 nur für die nicht relativistische Betrachtung von Stößen.

Dezentraler Stoß

Der dezentrale Stoß zeichnet sich dadurch aus, dass zum Zeitpunkt des Stoßes Geschwindigkeiten auftreten, die nicht nur entlang der Stoßnormalen n gerichtet sind. Auf dem Kollisionspunkt k wird nun die Stoßebene E senkrecht zu n also mit deren Richtungsvektor $\vec{n_r}$ als Normalvektor definiert (Abb. 5).

Die beiden Geschwindigkeitsvektoren $\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ können nun jeweils in eine Komponente auf der Stoßnormalen v_n und eine Komponente parallel zur Stoßebene, $\vec{v_E}$, aufgeteilt werden (Abb. 6).

[3] vgl. Hammer, Dr. Anton / Hammer, Dr. Hildegard / Hammer, Dr. Karl: Physikalische Formeln und Tabellen, München 2002[8], S. 16

[4] vgl. ebd., S. 55

Abbildung 5: Ausgangslage für einen dezentralen Stoß

Abbildung 6: Aufspaltung der Geschwindigkeitsvektoren bei einem dezentralen Stoß

Eine Impulsänderung [5]

$$\Delta p(v) = m\Delta v \tag{2.8}$$

kann bei konstanter Masse nur durch eine Änderung der Geschwindigkeit hervorgerufen werden. Dies bedeutet aber immer auch eine Änderung der kinetischen Energie. [6]

$$\Delta E_{kin}(v) = \frac{1}{2}m\Delta v^2 \tag{2.9}$$

Eine Energieänderung ist aber [7]

$$\Delta E = W = |\vec{F}||\vec{s}|\cos\alpha \tag{2.10}$$

mit dem Winkel α zwischen Kraft- und Wegrichtung. Da aber

$$\cos 90^\circ \ = 0 \tag{2.11}$$

kann es keine Energieänderung durch in Richtung der Stoßebene wirkender Kräfte geben. Ein dezentraler Stoß der Kugeln k_1 und k_2 mit den Geschwindigkeiten $\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ kann also vereinfacht als zentraler Stoß der beiden Kugeln mit den Geschwindigkeiten $\vec{v_{n1}}$ und $\vec{v_{n2}}$ angesehen werden.

Nach dem Stoß müssen zu den Geschwindigkeiten $\vec{u_{n1}}$ und $\vec{u_{n2}}$ die Geschwindigkeiten parallel zur Stoßebene $\vec{v_{E1}}$ und $\vec{v_{E2}}$ addiert werden, um die absolute Geschwindigkeit nach dem Stoß zu erhalten.

Bei dieser Methode werden alle Drehimpulse und reibungsähnlichen Kräfte vernachlässigt (Vgl. Kapitel 5.1).

[5] vgl. Hammer, Dr. Anton / Hammer, Dr. Hildegard / Hammer, Dr. Karl: Physikalische Formeln und Tabellen, München 2002[8], S. 15

[6] vgl. ebd., S. 14

[7] vgl. ebd., S. 13

3 Berechnung des Stoßes

3.1 Voraussetzungen

Die Mittelpunkte der Kugeln k_1 und k_2 sind wie folgt beschrieben:

$$\vec{k_1} = \begin{pmatrix} k_{1x} \\ k_{1y} \\ k_{1z} \end{pmatrix}, \vec{k_2} = \begin{pmatrix} k_{2x} \\ k_{2y} \\ k_{2z} \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

Die Normale als Gerade durch die beiden Mittelpunkte ist damit

$$n = \vec{k_1} + \eta \vec{n_r} \tag{3.2}$$

mit dem Richtungsvektor:

$$\vec{n_r} = \vec{k_2} - \vec{k_1} = \begin{pmatrix} n_{rx} \\ n_{ry} \\ n_{rz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{2x} - k_{1x} \\ k_{2y} - k_{1y} \\ k_{2z} - k_{1z} \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

Ein Stoß kommt zustande, wenn der Abstand der Kugelmittelpunkte gleich der Summe der Radien ist. Für den Kugelabstand muss der Betrag des Vektors zwischen den Kugelmittelpunkten berechnet werden: [8]

$$|\vec{n_r}| = \sqrt{{n_{rx}}^2 + {n_{ry}}^2 + {n_{rz}}^2} \tag{3.4}$$

Die Bedingung für einen Stoß ist damit:

$$\sqrt{{n_{rx}}^2 + {n_{ry}}^2 + {n_{rz}}^2} = k_{1r} + k_{2r} \tag{3.5}$$

Die Normalenform [9] der Ebene $\vec{E}$ mit dem Normalvektor $\vec{n_r}$ ist:

$$\vec{E} : 0 = n_{rx}x + n_{ry}y + n_{rz}z + n_0 \tag{3.6}$$

[8] vgl. Barth, Friedrich / Mühlbauer, Paul / Nikol, Dr. Friedrich / Wörle, Karl: Mathematische Formeln und Definitionen, München 2004[8], S. 60

[9] vgl. ebd., S. 88

Bei der Berechnung der Geschwindigkeiten sind nur Richtung und Länge, nicht aber deren Ort, interessant, da sich alle Vektoren beliebig im Raum verschieben lassen. Um besser mit diesen Vektoren rechnen zu können, wird eine Hilfsebene $\vec{F}$ parallel zu $\vec{E}$ gelegt, auf welcher der Nullpunkt des Koordinatensystems liegt.

$$\vec{F} : 0 = n_{rx}x + n_{ry}y + n_{rz}z \tag{3.7}$$

Für jede Kugel lassen sich nun die Geschwindigkeiten, die in die benötigten Richtungen zeigen, berechnen. Dazu werden die Geschwindigkeitsvektoren geeignet zerlegt:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \vec{v_n} + \vec{v_E} = \begin{pmatrix} v_{nx} \\ v_{ny} \\ v_{nz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{Ex} \\ v_{Ey} \\ v_{Ez} \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Dabei ist wichtig, dass $\vec{v_n}$ in Richtung der Stoßnormalen liegt.

$$\begin{pmatrix} n_{rx} \\ n_{ry} \\ n_{rz} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_{nx} \\ v_{ny} \\ v_{nz} \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

$\vec{v_E}$ muss vom Nullpunkt auf einen Punkt der Ebene $\vec{F}$ zeigen:

$$\vec{F} : 0 = n_{rx}v_{Ex} + n_{ry}v_{Ey} + n_{rz}v_{Ez} \tag{3.10}$$

3.2 Berechnung der Stoßgeschwindigkeit

Mit den bekannten Größen n_0, v_x, v_y, v_z, n_{rx}, n_{ry} und n_{rz} sowie den Formeln 3.8, 3.9 und 3.10 lassen sich nun v_{nx}, v_{ny}, v_{nz}, v_{Ex}, v_{Ey}, v_{Ez} und λ berechnen. Es stehen für das Gleichungssystem folgende Gleichungen zu Verfügung:

$$v_x = v_{nx} + v_{Ex} \tag{3.11}$$

$$v_y = v_{ny} + v_{Ey} \tag{3.12}$$

$$v_z = v_{nz} + v_{Ez} \tag{3.13}$$

$$n_{rx} = \lambda v_{nx} \tag{3.14}$$

$$n_{ry} = \lambda v_{ny} \tag{3.15}$$

$$n_{rz} = \lambda v_{nz} \tag{3.16}$$

$$0 = n_{rx} v_{Ex} + n_{ry} v_{Ey} + n_{rz} v_{Ez} \tag{3.17}$$

3.14 umgeformt ergibt:

$$\lambda = \frac{n_{rx}}{v_{nx}} \tag{3.18}$$

3.18 in 3.15 eingesetzt und umgeformt:

$$n_{ry} = \frac{n_{rx}}{v_{nx}} v_{ny} \tag{3.19}$$

$$v_{ny} = \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{ry} \tag{3.20}$$

Ebenso wird mit 3.16 verfahren:

$$n_{rz} = \frac{n_{rx}}{v_{nx}} v_{nz} \tag{3.21}$$

$$v_{nz} = \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{rz} \tag{3.22}$$

3.11 wird umgeformt zu:

$$v_{Ex} = v_x - v_{nx} \tag{3.23}$$

3.20 in 3.12 eingesetzt und umgeformt:

$$v_y = \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{ry} + v_{Ey} \tag{3.24}$$

$$v_{Ey} = v_y - \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{ry} \tag{3.25}$$

3.22 in 3.13 eingesetzt und umgeformt:

$$v_z = \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{rz} + v_{Ez} \tag{3.26}$$

$$v_{Ez} = v_z - \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{rz} \tag{3.27}$$

Die Formeln enthalten nur noch v_{nx} als einzige Unbekannte. Sie werden in 3.17 eingesetzt und dann umgeformt.

$$0 = n_{rx}(v_x - v_{nx}) + n_{ry}(v_y - \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{ry}) + n_{rz}(v_z - \frac{v_{nx}}{n_{rx}} n_{rz}) \tag{3.28}$$

$$0 = n_{rx}v_x - n_{rx}v_{nx} + n_{ry}v_y - \frac{v_{nx}}{n_{rx}} {n_{ry}}^2 + n_{rz}v_z - \frac{v_{nx}}{n_{rx}} {n_{rz}}^2 \tag{3.29}$$

$$n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z = n_{rx}v_{nx} + v_{nx}\frac{{n_{ry}}^2}{n_{rx}} + v_{nx}\frac{{n_{rz}}^2}{n_{rx}} \tag{3.30}$$

$$n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z = v_{nx}(n_{rx} + \frac{{n_{ry}}^2}{n_{rx}} + \frac{{n_{rz}}^2}{n_{rx}}) \tag{3.31}$$

$$v_{nx} = \frac{n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z {v_{nx}}^2}{n_{rx} + \frac{{n_{ry}}^2}{n_{rx}} + \frac{{n_{rz}}^2}{n_{rx}}} \tag{3.32}$$

$$v_{nx} = \frac{n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z}{\frac{{n_{rx}}^2}{n_{rx}} + \frac{{n_{ry}}^2}{n_{rx}} + \frac{{n_{rz}}^2}{n_{rx}}} \tag{3.33}$$

$$v_{nx} = \frac{n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z}{\frac{{n_{rx}}^2 + {n_{ry}}^2 + {n_{rz}}^2}{n_{rx}}} \tag{3.34}$$

$$v_{nx} = \frac{n_{rx}(n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z)}{{n_{rx}}^2 + {n_{ry}}^2 + {n_{rz}}^2} \tag{3.35}$$

Analog dazu lassen sich v_{ny} und v_{nz} darstellen:

$$v_{ny} = \frac{n_{ry}(n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z)}{{n_{rx}}^2 + {n_{ry}}^2 + {n_{rz}}^2} \tag{3.36}$$

$$v_{nz} = \frac{n_{rz}(n_{rx}v_x + n_{ry}v_y + n_{rz}v_z)}{{n_{rx}}^2 + {n_{ry}}^2 + {n_{rz}}^2} \tag{3.37}$$

Mit den Formeln 3.11 bis 3.13 lassen sich nun v_{Ex}, v_{Ey} und v_{Ez} berechnen. Die Geschwindigkeiten sind damit so aufgespalten, dass mit ihnen weiter gerechnet werden kann.

$$\vec{v_n} = \begin{pmatrix} v_{nx} \\ v_{ny} \\ v_{nz} \end{pmatrix}, \vec{v_E} = \begin{pmatrix} v_{Ex} \\ v_{Ey} \\ v_{Ez} \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

3.3 Stoßvorgang

Mit Hilfe der hergeleiteten Formeln ist die Simulation in der Lage, Stöße zu erkennen und zu berechnen. Dazu werden nur die Orte und die Geschwindigkeiten der Kugeln benötigt. Die Berechnung wird für jede Geschwindigkeitskomponente entlang der Stoßnormalen mit Hilfe der Formeln 2.5 und 2.6 einzeln vorgenommen. Dies muss ebenfalls für jede Kugel separat getan werden.

$$u_{nx1} = \frac{m_1 v_{nx1} + m_2(2v_{nx2} - v_{nx1})}{m_1 + m_2} \tag{3.39}$$

$$u_{ny1} = \frac{m_1 v_{ny1} + m_2(2v_{ny2} - v_{ny1})}{m_1 + m_2} \tag{3.40}$$

$$u_{nz1} = \frac{m_1 v_{nz1} + m_2(2v_{nz2} - v_{nz1})}{m_1 + m_2} \tag{3.41}$$

$$u_{nx2} = \frac{m_2 v_{nx2} + m_1(2v_{nx1} - v_{nx2})}{m_1 + m_2} \tag{3.42}$$

$$u_{ny2} = \frac{m_2 v_{ny2} + m_1(2v_{ny1} - v_{ny2})}{m_1 + m_2} \tag{3.43}$$

$$u_{nz2} = \frac{m_2 v_{nz2} + m_1(2v_{nz1} - v_{nz2})}{m_1 + m_2} \tag{3.44}$$

Nun wird zu den Geschwindigkeiten entlang der Stoßnormalen nach dem Stoß die Geschwindigkeiten entlang der Stoßebene addiert, um die Gesamtgeschwindigkeit nach dem Stoß zu erhalten.

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{nx} \\ u_{ny} \\ u_{nz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{Ex} \\ v_{Ey} \\ v_{Ez} \end{pmatrix} \tag{3.45}$$

4 Simulation

Die Simulation soll nicht nur Stöße erkennen und berechnen, sondern auch die Bewegung von Kugeln mit unterschiedlichen Startbedingungen grafisch darstellen.

Der Umfang des Quellcodes beträgt ungefähr 500 Zeilen.

4.1 Programmiersprache

Die Simulation ist in der Skriptsprache Python geschrieben. Zum Darstellen der dreidimensionalen Umgebung wird die Grafikschnittstelle Open Graphics Library (OpenGL) mit dem OpenGL Utility Toolkit (GLUT) verwendet. Für die grafische Benutzeroberfläche wird die Bibliothek Tkinter genutzt.

4.2 Funktionsweise

Das Programm ist objektorientiert geschrieben. Es basiert somit auf dem Prinzip der Klassifizierung von Funktionen und Daten nach ihren Eigenschaften. Diese Simulation besteht aus vier Klassen. Die erste Klasse initialisiert das OpenGL Fenster. Die Zweite stellt die Umgebung dar und registriert die Benutzereingaben. In der Dritten wird festgelegt, was die Kugeln für Eigenschaften besitzen. Die vierte Klasse ist für die grafische Oberfläche zum Bearbeiten der Kugeln zuständig und gibt die dort vom Benutzer eingegebenen Werte an die Umgebungsklasse weiter.

4.3 Überblick

Um Rahmenbedingungen für die Simulation zu setzen, ist der Simulationsraum von einem festen Würfel mit deutlich größerer Masse als die der Kugeln

umgeben (Abb. 7). Daher werden die Kugeln von den Wänden des Würfels reflektiert, ohne Energie an diesen abzugeben.

Alle numerischen Angaben innerhalb des Programms sind einheitslos und relative Angaben. Die Darstellung ist abhängig von der Auflösung des Bildschirms und der Rechengeschwindigkeit des Computers.

In der Standardansicht verläuft die X-Achse von links nach rechts, die Y-Achse von unten nach oben und die Z-Achse von hinten nach vorne. Der Würfel, in dem die Stöße stattfinden, hat eine Kantenlänge von 20 Einheiten.

Die Schwerkraft lässt sich ein- und ausschalten. Sie wirkt entlang der Y-Achse auf die Kugeln, nicht aber auf den Würfel.

Abbildung 7: Die Programmoberfläche

4.4 Bedienung

Navigation

Die Navigation im Hauptfenster erfolgt mit der Maus.

- Linke Maustaste: Bei gedrückter linker Maustaste kann man durch Bewegung der Maus die Ansicht um die X- und Y- Achse drehen.
- Rechte Maustaste: Bei gedrückter rechter Maustaste kann man durch Mausbewegung hinein- und herauszoomen und sich so auf der Z-Achse bewegen.

Tastenkombinationen

Folgende Tastenkombinationen sind verfügbar:

- Escape: Beendet das Programm
- Leertaste: Pausiert das Programm oder beendet den Pausemodus (Standardmäßig ist das Programm im Pausemodus)
- +: Zoomt hinein
- -: Zoomt heraus
- s: Setzt die Ansicht auf den Startwert
- g: Schaltet die Schwerkraft ein oder aus (Standardmäßig ist die Schwerkraft ausgeschaltet)
- d: Setzt alle Kugeleinstellungen auf Null
- 1: Startet den Einstellungsdialog für die erste Kugel
- 2: Startet den Einstellungsdialog für die zweite Kugel

Kugeleinstellungen

In diesem Dialog können alle Einstellungen für die jeweilige Kugel vorgenommen werden. Einstellbar sind: Radius, Masse, Ort, Geschwindigkeit und Farbe.

Abbildung 8: Der Einstellungsdialog für die Kugeln

4.5 Impressionen

Abbildung 10: Bilderserie eines Stoßes aus zwei verschiedenen Ansichten bei ausgeschalteter Schwerkraft.

5 Vergleich der Simulation mit der Realität

Die Simulation ist eine modellierte Darstellung der Realität und auf Grund von Vernachlässigungen und der Annahme von Idealbedingungen nicht allgemein gültig.

Der in den folgenden Bildern dargestellte Vergleich zwischen der Simulation und der Realität zeigt allerdings, dass die Simulation die Gesetze der Physik trotzdem sehr genau darstellen kann.

Im bekannten Experiment zur Impulserhaltung, bei dem ein leichter Ball auf einen schweren gelegt und beide senkrecht fallen gelassen werden, wird der obere Ball stark nach oben beschleunigt. Dies ist in der Simulation genau so zu sehen. Das reale Experiment wird dadurch verfälscht, dass der obere Ball im Experiment unter alltäglichen Rahmenbedingungen nicht exakt auf den unteren gelegt werden kann. Auch ist der Stoß in der Realität nicht, wie in der Simulation, ideal elastisch.

Abbildung 12: Bilderserie zum Vergleich zwischen Simulation und Realität

5.1 Idealbedingungen und Vernachlässigungen

Abgeschlossenes System

Die Simulation stellt ein abgeschlossenes System dar, in dem keine reibungsähnlichen Kräfte wirken. Reibungskräfte, die die Kugeln in der Realität beeinflussen würden, werden nicht berücksichtigt.

Vollkommen elastischer Stoß

Die Simulation geht von idealen elastischen Stößen aus. Hierbei wird keine Bewegungsenergie in innere Energie umgewandelt. Die Körper verformen und erwärmen sich nicht. Aufgrund von Reibungskräften und bedingt durch das Material der Kugeln und der Wände ist dies in der Realität nicht möglich.

Nichtrelativistische Betrachtung

Da die verwendeten Formeln nur für die Betrachtung von nicht relativistischen Stößen geeignet sind und sich diese nicht für das Auge erkennbar auf dem Bildschirm anzeigen ließen, ist davon auszugehen, dass alle Vorgänge in der Simulation nicht relativistisch ablaufen.

Drehimpuls

Bei einem dezentralen Stoß greift die Kraft in der Realität nicht am Massenschwerpunkt an, da die beiden Geschwindigkeiten nicht entlang der Stoßnormalen wirken. Dies erzeugt einen Drehimpuls. Durch die Aufspaltung der Geschwindigkeit in der Simulation und die Berechnung der Geschwindigkeiten nach dem Stoß mit den für den zentralen Stoß gültigen Formeln wird dies in der Simulation vernachlässigt.

5.2 Programmierungenauigkeiten

Stoßabfrage

Der Stoß wird im Programm registriert, sobald der Abstand der Kugelmittelpunkte gleich oder kleiner der Summe der beiden Kugelradien ist. Da die Berechnung nicht kontinuierlich erfolgen kann, sondern in kleinen Rechenschritten vorgenommen wird, kann es vorkommen, dass sich die beiden Kugeln überschneiden, bevor ein Stoß registriert wird. Dadurch kann es zu kleinen Fehlern bei der Festlegung der Stoßnormalen und der Stoßebene kommen.

Bei Stößen mit Kugeln extrem hoher Geschwindigkeiten kann es daher vorkommen, dass der Stoß nicht realitätsgetreu dargestellt wird. Da das menschliche Auge die Kugeln in der Simulation bei solchen Geschwindigkeiten allerdings nicht mehr verfolgen kann, ist dieser Umstand zu vernachlässigen.

Darstellung der Kugeln

Die Kugelmittelpunkte müssen auf ein Pixel genau festgelegt werden, um diese auf dem Bildschirm darzustellen. Hier ist also auch keine kontinuierliche Darstellung wie in der Realität möglich. Diese Festlegung ist aber für die Darstellung ebenfalls vernachlässigbar, da bei heutigen Bildschirmauflösungen die Pixel so nahe beieinander liegen, dass das Auge diese nicht mehr genau trennen kann.

6 Persönliches Fazit

Die Simulation kann unter Annahme von Idealbedingungen mit einigen Vernachlässigungen ein recht genaues Bild der Wirklichkeit darstellen. Sie stellt

mit einem vertretbaren Rechenaufwand, den jeder aktuelle Rechner leisten kann, annähernd die Realität dar und liefert einen guten Einblick in die Physik des Stoßes.

7 Anhang

CD mit Anlagen

Die CD enthält folgende Dateien:

- Ordner *Facharbeit*
  - Diese Arbeit als PDF- und TEX-Dokument
  - Alle verwendeten Internetseiten und elektronische Literatur im Ordner *Literatur*
  - Alle verwendeten Bilddateien im Ordner *Bilder*
- Ordner *Simulation*
  - Eine unter Windows ausführbare Version der Simulation im Ordner *Programm*
  - 4 Python-Dateien, die den Quellcode der Simulation beinhalten im Ordner *Quellcode*
  - Die Befehlsreferenz als PDF-Datei
- Order *Filme*
  - Videosequenzen verschiedener Stöße

Simulation von dreidimensionalen Stößen zweier Kugeln im dreidimensionalen Raum – Befehlsreferenz

Navigation

Die Navigation im Hauptfenster erfolgt mit der Maus.

- Linke Maustaste: Bei gedrückter linker Maustaste kann man durch Bewegung der Maus die Ansicht um die X- und Y- Achse drehen.
- Rechte Maustaste: Bei gedrückter rechter Maustaste kann man durch Mausbewegung hinein- und herauszoomen und sich so auf der Z-Achse bewegen.

Tastenkombinationen

Folgende Tastenkombinationen sind verfügbar:

- Escape: Beendet das Programm
- Leertaste: Pausiert das Programm oder beendet den Pausemodus (Standardmäßig ist das Programm im Pausemodus)
- +: Zoomt hinein
- -: Zoomt heraus
- s: Setzt die Ansicht auf den Startwert
- g: Schaltet die Schwerkraft ein oder aus (Standardmäßig ist die Schwerkraft ausgeschaltet)
- d: Setzt alle Kugeleinstellungen auf Null
- 1: Startet den Einstellungsdialog für die erste Kugel
- 2: Startet den Einstellungsdialog für die zweite Kugel

8 Abbildungsverzeichnis

Soweit nicht anders angegeben sind alle Abbildungen selbst erstellt.

- Abb. 1: MichaelMaggs: To pot the red, Version vom 21. Januar 2009, 16:13 Uhr, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:To_pot_the_red.jpg
- Abb. 2: Sharayanan: Elastic collision, Version vom 21. Januar 2009, 16:35 Uhr, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Elastic_collision.svg

9 Literaturverzeichnis

9.1 Bücher

- Hammer, Dr. Anton / Hammer, Dr. Hildegard / Hammer, Dr. Karl: Physikalische Formeln und Tabellen, München 2002[8]
- Barth, Friedrich / Mühlbauer, Paul / Nikol, Dr. Friedrich / Wörle, Karl: Mathematische Formeln und Definitionen, München 2004[8]

9.2 Internetseiten

- De Brauwer, Elie: An introduction to GLUT, Version vom 15. November 2008, 20:42 Uhr, http://mindfuck.de-brauwer.be/articles/glut/

9.3 Digitale Dokumente

- Kaiser, Peter / Ernesti, Johannes: Python Das umfassende Handbuch - Aktuell zu Python 2.5 <openbook>, Galileo Press 2008

- Neider, Jackie / Davis, Tom / Woo, Mason: OpenGL Programming Guide or 'The Red Book', Silicon Graphics, Inc. 1994
- Busch, Dipl.-Inform. Rüdiger: OpenGL unter Python, Oldenburg 2006
- Thielemann, Henning / Haldemann, Berit / Willing, David: Skript zur Vorlesung Computergrafik 1, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Fachbereich Mathematik und Informatik, Institut für Informatik Wintersemester 2006/2007
- Kilgard, Mark J.: The OpenGL Utility Toolkit (GLUT), Programming Interface, API Version 3, November 13, 1996
- Shipman, John W.: Tkinter reference: a GUI for Python, 26. November 2008

10 Lizenzhinweiß

Diese Arbeit ist, unter den Lizenzbedingungen der Crative Commons Lizenz - Namensnennung - 3.0, frei verfügbar.

Es ist Ihnen gestattet:

- das Werk vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen
- Abwandlungen bzw. Bearbeitungen des Inhaltes anfertigen

Zu den folgenden Bedingungen:

- Namensnennung. Sie müssen den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen.

Weitere Informationen zur Creative Commons Lizenz gibt es unter http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/de/